Cruzeiro do Sul
Educacional

Medidas de Posição

Conteudista
Prof.ª Dra. Rosangela Maura Correia Bonici
Prof. Me. Carlos Henrique de Jesus Costa

Revisão Textual
Prof.ª Dra. Selma Aparecida Cesarin

Sumário

Objetivos da Unidade 3

Contextualização 4

Medidas de Posição 8

Introdução: Somatório – Notação Sigma ($\sum$) 9

Medidas de Tendência Central 12

Resoluções das Atividades Práticas 41

Em Síntese 52

Atividades de Fixação 53

Material Complementar 54

Referências 56

Gabarito 57

Objetivos da Unidade

- Conceituar as medidas de posição, em especial, as medidas de tendência central;
- Calcular medidas de tendência central chamadas de média aritmética e ponderada, moda e mediana;
- Interpretar as medidas de tendência central.

Atenção, estudante! Aqui, reforçamos o acesso ao conteúdo *on-line* para que você assista à videoaula. Será muito importante para o entendimento do conteúdo.

Este arquivo PDF contém o mesmo conteúdo visto *on-line*. Sua disponibilização é para consulta *off-line* e possibilidade de impressão. No entanto, recomendamos que acesse o conteúdo *on-line* para melhor aproveitamento.

VOCÊ SABE RESPONDER?

Para darmos início à unidade, contudo, convidamos você a refletir acerca da questão: Você sabe qual é a média mais utilizada em nosso dia a dia?

Contextualização

Sobre a importância da Média Aritmética, o autor Alex Bellos, em seu livro **Alex no País dos Números: uma viagem ao país maravilhoso da matemática**, destaca que, no fim do século XIX, o matemático francês Henri Poincaré suspeitava que sua padaria local, em Paris, estava roubando no peso dos pães e por isso decidiu utilizar a "Média Aritmética", no interesse da justiça.

Figura 1 – Manufatura de pão
Fonte: Freepik.
#ParaTodosVerem: fotografia de uma assadeira com massas de pão e ao fundo dois homens trabalhando. Fim da descrição.

Todos os dias, durante um ano, pesou seu "quilo" diário de pão. Poincaré sabia que, se pesasse menos de um quilo algumas vezes, isso não seria prova de má-fé, pois é de se esperar que o peso varie um pouco para cima e um pouco para baixo de um quilo. Ele imaginava que o peso do pão poderia variar em virtude de erros na fabricação do pão, como a quantidade de farinha usada e o tempo que o pão ficava no forno, que são aleatórios.

Depois de um ano, ele examinou todos os dados que tinha reunido e a "Média Aritmética" do peso dos pães foi de 950 gramas, e não um quilo, como se anunciava. A suspeita de Poincaré confirmou-se. O eminente cientista estava sendo enganado, por cinquenta gramas em média, em cada quilo de pão. Diz a lenda que Poincaré alertou as autoridades parisienses e o padeiro foi seriamente advertido.

O método utilizado por Poincaré, o cálculo da Média Aritmética do peso dos pães durante um ano, agora serve de base teórica para a proteção do consumidor.

Quando as lojas vendem produtos com pesos específicos, o produto não precisa, legalmente, ter aquele peso exato (não pode ter, porque o processo de fabricação, inevitavelmente, resultará em artigos mais pesados do que outros). Uma das tarefas dos escritórios de normas comerciais é pegar amostras aleatórias de produtos à venda e traçar gráficos de peso. Para qualquer produto que avaliam, a distribuição de peso tem de estar dentro da curva centrada na média anunciada.

Em outro trecho do livro, Alex Bellos diz que o cientista Francis Galton (século XIX), primo-irmão de Charles Darwin, tinha paixão por medir coisas e se utilizava da Média Aritmética para tirar conclusões. Ele construiu um "laboratório antropométrico" (é um ramo da Antropologia que estuda as medidas e dimensões das diversas partes do corpo humano) em Londres, onde qualquer um podia entrar para ter altura, peso, força da mão, velocidade de golpe, visão e outros atributos físicos medidos por ele.

O laboratório reuniu informações minuciosas sobre mais de 10 mil pessoas, e Galton ficou tão famoso que até o primeiro ministro William Gladstone apareceu para medir a cabeça.

Num artigo publicado na *Nature*, em 1885, ele contou que, enquanto assistia a uma reunião muito chata, começou a medir a frequência com que seus colegas se mexiam e, por meio do cálculo da média dessas frequências, pode determinar o nível de tédio que uma plateia manifesta durante um evento.

Galton continuou avançando em suas pesquisas e se pôs a teorizar sobre como guiar a evolução humana por meio de suas médias aritméticas. Ele se interessava pela hereditariedade da inteligência e se perguntava como seria possível melhorar o nível geral de inteligência de uma população por intermédio do aumento da média.

Figura 2 – Homem pensando
Fonte: Freepik.
#ParaTodosVerem: fotografia de um homem barbudo parado e pensando em frente ao quadro negro. Fim da descrição.

Com esse objetivo, Galton sugeriu um novo campo de estudos sobre "cultivo da raça", ou aperfeiçoamento da linhagem de uma população pela reprodução seletiva. Apesar de muitos intelectuais liberais do fim do século XIX e começo do século XX terem apoiado seus estudos como forma de melhorar a sociedade. O desejo de "criar" seres humanos mais inteligentes foi uma ideia que não demorou a ser distorcida e desacreditada. Nos anos 1930, seus estudos tornaram-se sinônimo de políticas nazistas homicidas para criar uma raça ariana superior.

Olhando para trás, é fácil ver que traços classificatórios, como inteligência e pureza racial, podem levar à discriminação e ao preconceito. Por surgir quando se medem características humanas, a curva sobre a média ficou associada à tentativa de classificar alguns seres humanos como intrinsecamente melhores do que outros. O exemplo mais explícito disso foi a publicação, em 1994, de um livro polêmico e discutido com mais veemência nos últimos anos dos autores Richard J. Herrnstein e Charles Murray, que afirma que as diferenças de **QI** (Quociente de Inteligência) entre grupos raciais comprovam diferenças biológicas.

Glossário

QI significa Quociente de Inteligência, mede o desempenho cognitivo de um indivíduo comparando pessoas do mesmo grupo etário.

As escalas de inteligência foram propostas pelo psicólogo Lewis Madison Terman (1877-1956), com base em vários trabalhos sobre crianças superdotadas. Com base em novos estudos, David Wechsler (1896-1981) criou um teste desenvolvido exclusivamente para adultos, definindo a Escala de Inteligência Wechsler para Adultos (em inglês, *WAIS – Wechsler Adult Intelligence Scale*), que já passou por revisões.

Os níveis de inteligência são classificados com base no resultado do teste, de acordo com a seguinte escala:

- **Igual ou superior a 130:** superdotação;
- **120 a 129:** inteligência superior;
- **110 a 119:** inteligência acima da média;
- **90 a 109:** inteligência média;
- **80 a 89:** normal fraco;
- **70 a 79:** limite da deficiência;
- **Igual ou inferior a 69:** deficiente mental.

Livro

BELLOS, A. **Alex no País dos Números:** Uma Viagem ao Mundo Maravilhoso da Matemática. São Paulo: Cia das Letras, 2011.

Sobre a importância da média aritmética em nosso dia a dia, veja a notícia publicada no site **Portal Brasil** em 28/07/2014 (Fonte: Ministério da Educação), **"MEC explica conceito de Média Aritmética utilizado no balanço de desempenho do Enem"**.

Segue resumo da reportagem:

> O Ministério da Educação (MEC) divulgou nesta segunda-feira (12/09/2011) a média das notas do Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) de 2010, por estabelecimento de ensino. Logo após o anúncio, o Ministério publicou nota em seu site explicando o conceito de Média Aritmética utilizado no balanço.
>
> Segundo o MEC, é natural que cerca de 50% dos estudantes tenham apresentado desempenho abaixo da média, por mera questão estatística. Qualquer que seja a média estabelecida para diferentes valores, como peso, altura e desempenho em provas, sempre um número próximo à metade estará abaixo da média.
>
> A nota diz ainda que "se os alunos com desempenho abaixo da média estiverem dispersos em um número maior de escolas em relação aos estudantes com notas superiores à média de instituições que concentram grande número de matrículas, a quantidade de unidades de ensino abaixo da média será superior".

Medidas de Posição

As Medidas de Posição mais importantes são as **Medidas de Tendência Central** e as **Medidas Separatrizes**. As Medidas de Tendência Central recebem esse nome por se posicionarem no centro da variável em estudo. As principais são: **média aritmética, moda e mediana.** Outras menos usadas são as médias: **geométrica, harmônica, quadrática, cúbica** e **biquadrática.**

As medidas separatrizes são números reais que dividem a variável em estudo, quando está ordenada, em n partes que contêm a mesma quantidade de elementos. As principais medidas separatrizes são: a própria mediana, os quartis, os quintis, os decis e os percentis.

Neste estudo, trabalharemos com as Medidas de Tendência Central por serem as mais importantes e as mais utilizadas na prática.

Introdução: Somatório – Notação Sigma ($\sum$)

Em Estatística, é muito utilizado o símbolo denominado somatório, indicado pela letra grega sigma maiúscula "$\sum$", que representa a soma. Codificamos a soma por meio da notação "Sigma", conforme a representação a seguir:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n = \sum_{i=1}^{n} x_i$$

Parcela Genérica

Operação de Adição entre as parcelas.

Índice (posição)

$\sum_{i=1}^{n} x_i$ **Leitura: "Soma dos valores de xi, para i variando de 1 até n".**

Observação: onde "i" é o índice do somatório. Assim, i = 1 indica o limite inferior (início do somatório) e "n" indica o limite superior (final do somatório).

Importante

Para que a soma possa ser representada por essa notação, é fundamental que "i" assuma todos os valores inteiros consecutivos entre dois valores dados. Assim, a soma:

Representação INCORRETA, em virtude de a soma estar fora de sequência!

$$x_1 + x_2 + x_4 \neq \sum_{i=1}^{4} x_i$$

Representação CORRETA:

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \neq \sum_{i=1}^{4} x_i$$

Aprendendo com Exemplos

1) A Tabela a seguir representa a quantidade de farinha que uma Empresa alimentícia utiliza para a fabricação de seus pães ao longo de uma semana:

Tabela 1 – Quantidade de farinha utilizada na fabricação

1º dia	2º dia	3º dia	4º dia	5º dia	6º dia	7º dia
380 kg	430 kg	404 kg	360 kg	450 kg	296 kg	580 kg

Represente o total da farinha utilizando o símbolo de somatório.

Resolução:

Podemos representar cada elemento como x_i, em que i varia de 1 a 7. No caso, teríamos, então, x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6 e x_7 que, somados, resultam 2.900 kg.

Em símbolo de somatório, a representação do total de farinha utilizada ao longo da semana é:

$$\sum_{i=1}^{7} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$

Portanto:

$$\sum_{i=1}^{7} x_1 = 380 + 430 + 404 + 360 + 450 + 296 + 580$$
$$\sum_{i=1}^{7} x_1 = 2.900kg$$

2) Escreva na notação sigma as seguintes somas (codificando-as):

$$a) x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = \sum_{i=1}^{5} x_i$$
$$b) x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = \sum_{i=1}^{4} x_i$$
$$c) x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = \sum_{i=1}^{6} x_i$$
$$d) x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 = \sum_{i=1}^{4} x_i^2$$
$$e) (x_1 - 10)^2 + (x_2 - 10)^2 + (x_3 - 10)^2 = \sum_{i=1}^{3} (x_i - 10)^2$$
$$f) 2x_4 + 2x_5 + 2x_6 + 2x_7 = \sum_{i=1}^{7} 2x_i$$

3) Escreva as parcelas da soma indicada (decodificando e obtendo as parcelas componentes):

$$g) \sum_{i=1}^{5} x_i^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2 + x_5^2$$
$$h) \sum_{i=2}^{5} (x_i - 3)^2 = (x_2 - 3)^2 + (x_3 - 3)^2 + (x_4 - 3)^2 + (x_5 - 3)^2$$
$$i) \sum_{i=1}^{3} (x_i - b)^2 = (x_2 - b)^2 + (x_3 - b)^3$$
$$j) \sum_{i=1}^{3} (x_i - x)^2 \cdot f_i = (x_1 - x)^2 \cdot f_1 + (x_2 - x)^2 \cdot f_2 + (x_3 - x)^2 \cdot f_3$$

Atividades Práticas

1) Escreva na notação sigma as seguintes somas (codificando-as):

$a) x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 =$

$b) x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 =$

$c) (x_1 + 2) + (x_2 + 2) + (x_3 + 2) =$

$d) (x_1 + 10) + (x_2 - 10) + (x_3 - 10) + (x_4 - 10) =$

$e) (x_{10} - 3)^4 + (x_{11} - 3)^4 + (x_{12} - 3)^4 =$

$f) (x_1 - 15)^2 \cdot f_1 + (x_2 - 15)^2 f_2 + (x_3 - 15)^2 f_3 =$

Respostas no final desta Unidade.

2) Escreva as parcelas da soma indicada (decodificando e obtendo as parcelas componentes):

$g) \sum_{i=2}^{7} x_i =$

$h) \sum_{i=3}^{6} x_i^2 =$

$i) \sum_{i=1}^{4} (x_i - a)^2 \cdot f_i =$

$j) \sum_{i=1}^{3} (\frac{3x_i}{2} - 5)^2 =$

Respostas no final desta Unidade.

3) Calcule para a tabela abaixo, o valor numérico das somas indicadas:

Tabela 2 – Valor numérico

i	xi	fi
1	3	2
2	4	5
3	6	3
4	8	2
$\sum$	$\sum$	$\sum$

$a) \sum x_i =$
$b) \sum f_i =$
$c) \sum x_i \cdot f_i =$
$d) \sum i \cdot x_i =$
$e) \sum x_i^2 \cdot f_i =$
$f) \sum (x_i - 12)^2 \cdot f_i =$

Respostas no final desta Unidade.

Medidas de Tendência Central

É um valor intermediário da série, ou seja, um valor compreendido entre o menor e o maior valor da série. Em resumo, a **Medida de Tendência Central** procura estabelecer um número no eixo horizontal em torno do qual a série se concentra. As principais medidas de tendência central são: a **média aritmética**, a **moda** e a **mediana**.

Média Aritmética ($\underline{x}$)

Indicada por $\underline{x}$, a **média aritmética** é uma das médias mais utilizadas no nosso dia a dia. Mas você sabe que média é essa e como tiramos essa média?

Ela é aplicada nos cálculos de médias escolares, em muitas situações que vemos nos jornais, como em pesquisas de opinião e de variação de preço de mercadorias, entre outras. Você nunca se perguntou acerca da origem das informações dadas pelos institutos de pesquisa, como "no Brasil, cada mulher, tem em média 1,5 filhos"? Esses resultados vêm de análises estatísticas. Para esse caso em específico, escolheu-se um grupo de mulheres e foi perguntado a cada uma delas o número de filhos. Feito isso, somou-se o total de filhos e o valor encontrado foi dividido pela quantidade de mulheres pesquisadas. Esse exemplo é um caso de cálculo de média aritmética.

A seguir, vamos calcular a média de dados estatísticos não agrupados ou agrupados (**variável discreta** ou **variável contínua**), cada uma dessas situações deve ser tratada de forma diferenciada.

Dados não Agrupados

Para calcular a **Média Aritmética** de **dados não agrupados**, usamos a seguinte fórmula.

Fórmula da Média Aritmética/Dados não agrupados

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

Símbolo que representa somatório

→ Somar cada um dos valores que a variável (xi) assume

→ Total de elemento estudados (n)

Ou seja: $\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} \Rightarrow \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$

Aprendendo com exemplos

1) Sabendo-se que a venda de arroz "Tipo A", durante uma semana, foi de 100, 140, 130, 150, 160, 180 e 120 quilos, qual foi a média de venda diária de arroz durante a semana?

Resolução

Temos os dados nas seguintes posições:

Tabela 3 – Média de venda semanal de arroz

1	2	3	4	5	6	7
0	40	30	50	60	80	20

Substituindo na fórmula:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{7} x_i}{7}$$

Significa que devemos somar:

$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{7} x_i}{7}$$

→ Significa que devemos dividir por 7, pois foram anotadas as vendas durantes 7 dias da semana.

Calculando a média:

$$\bar{x} = \frac{100 + 140 + 130 + 150 + 160 + 180 + 120}{7}$$

$$\bar{x} = \frac{980}{7}$$

$$\bar{x} = 140$$

Resposta

A média de venda de arroz na semana foi de 140 quilos por dia.

2) A sequência representa as notas de estudantes na Disciplina de Gestão Financeira X: 4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8. Determine a média aritmética dessas notas.

$$\overline{x} = \frac{\sum xi}{n} \Rightarrow \overline{x} = \frac{4+5+6+6+7+7+8}{8} \Rightarrow \overline{x} = 6 \rightarrow$$

Somamos todas as notas e dividimos por 8, pois foram observadas as notas de 8 estudantes.

Resposta

A média aritmética das notas dos alunos de Gestão Financeira foi 6.

Atividades Práticas

4) Calcule a Média Aritmética das séries:

g) A: 2; 4; 5; 6; 8; 10; 13; 17; 25.
h) B: 3; 3; 3; 5; 5; 9; 9; 9; 13; 13; 20; 20; 20.
i) C: 7,8; 10,2; 10,9; 15,4; 18,5; 21,2.

Respostas no final desta Unidade.

5) Um produto é acondicionado em lotes contendo cada um deles 12 unidades. O lote só é aprovado se apresentar um peso superior a 50 quilos. Se as unidades que compõem determinado lote pesam: 2,8; 4; 4,2; 5; 3,5; 4; 5; 5,5; 4; 5; 7; 4, esse lote será aprovado? Qual o peso médio do produto?

Respostas no final desta Unidade.

Dados Agrupados

Glossário

Dados agrupados: o agrupamento dos dados facilita o cálculo das medidas de tendência central. Consiste em montar uma Tabela com o número de repetições dos elementos.

Para calcularmos a Média Aritmética de dados agrupados, usamos a seguinte fórmula da Média Aritmética Ponderada.

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot f_i}{\sum_{i=1}^{n} f_i}$$

Soma dos produtos da multiplicação entre o valores de "x_i" e "f_i"

Soma de todos os elementos observados

Ou Seja: $\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \Rightarrow \bar{x} = \frac{(x_1 \cdot f_1) + (x_2 \cdot f_2) + (x_3 \cdot f_3) + \ldots + (x_n \cdot f_n)}{f_1 + f_2 + f_3 + \ldots + f_n}$

Importante

Também indicada por $\bar{x}$, a Média Aritmética Ponderada difere da Média Aritmética por apresentar multiplicações (que representam frequências "f_i", ponderações, pesos) indicando quantas vezes cada elemento se repete.

Cálculo da Média Aritmética para a Variável Discreta (Dados Agrupados Sem Faixas de Valores)

1) Foram observadas 34 famílias e anotado o "número de filhos do sexo masculino" que cada uma delas tem em uma distribuição de frequência variável discreta. Determine a média aritmética.

Tabela 4 – Distribuição de Frequência da Variável Discreta - Quantidade de meninos

Qtd. de Meninos (xi)	Famílias Freq. Abs. (fi)
0	2
1	6
2	10
3	12
4	4
Total	**34**

Resolução

As frequências (fi) são números indicadores da intensidade de cada valor da variável; elas funcionam como fatores de ponderação.

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar os valores na seguinte Tabela:

Tabela 5 – Valores para cálculo de Frequência da Variável Discreta

xi	fi	xi . fi
0	2	0 . 2 = 0
1	6	1 . 6 = 6
2	10	2 . 10 = 20
3	12	3 . 12 = 36
4	4	4 . 4 = 16
Total	$\sum fi = 34$	***xi***

Cálculo da Média:

$$x = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{78}{34} = 2{,}3$$

ou

$$x = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{0 \cdot 2 + 1 \cdot 6 + 2 \cdot 10 + 3 \cdot 12 + 4 \cdot 4}{2 + 6 + 10 + 12 + 4} = \frac{0 + 6 + 20 + 36 + 16}{34} = \frac{78}{34} = 2{,}3$$

Resposta

Essas famílias possuem em média 2,3 meninos.

2) Obtenha a média aritmética das estaturas de 50 mulheres, o que originou a seguinte distribuição:

Tabela 6 – Distribuição de Frequência da Variável Discreta – Estatura de mulheres

Estatura em cm (xi)	Qte. de pessoas (fi)
155	6
158	4
160	24
162	12
165	4
Total	**50**

Resolução

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar os valores na seguinte Tabela:

Tabela 7 – Valores para cálculo de Frequência da Variável Discreta

xi	fi	xi . fi
155	6	155 . 6 = 930
158	4	158 . 4 = 632
160	24	160 . 24 = 3840
162	12	162 . 12 = 1944
165	4	165 . 4 = 660
Total	$\sum fi = 50$	$\sum xi \cdot fi = 8006$

Cálculo da Média:

$$\underline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{8006}{50} = 160{,}12$$

ou

$$\underline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{155 \cdot 6 + 158 \cdot 4 + 160 \cdot 24 + 162 \cdot 12 + 165 \cdot 4}{6 + 2 + 24 + 12 + 4} =$$

$$= \frac{930 + 632 + 3840 + 1944 + 660}{50} = \frac{8006}{50} = 160{,}12$$

A estatura média das mulheres é de 160,1

Atividades Práticas

6) Calcule a média da série a seguir:

Tabela 8 – Distribuição de Frequência Variável Discreta

x_i	f_i
2	1
3	4
4	3
5	2

Respostas no final desta Unidade.

7) Calcule o número médio de acidentes por dia em uma determinada esquina.

Distribuição de Frequência Variável Discreta.

Tabela 9 – Distribuição de Frequência Variável Discreta – nº de acidentes por dia

Nº de Acidentes por dia "x_i"	Nº de Dias "f_i"
0	20
1	9
2	5
3	3
4	2
5	1

Respostas no final desta Unidade.

Cálculo da Média Aritmética para a Variável CONTÍNUA (Dados Agrupados com Faixas de Valores)

1) Calcular a estatura média de bebês em certa comunidade conforme a Tabela:

Observe que neste caso, a variável x_i está agrupada por faixas de valores. →

Tabela 10 – Distribuição de Frequência da Variável Contínua – "Estatura de Bebês"

Estaturas (cm)	"f_i"
50 ├─ 54	4
54 ├─ 58	9
58 ├─ 62	11
62 ├─ 66	8
66 ├─ 70	5
70 ├─ 74	3
Totais	**40**

Observe que, neste caso, a variável "x_i" está agrupada por faixas de valores.

$$\underline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} \rightarrow$$ Para usar a fórmula, temos de ter o valor de "x_i" e do "f_i"

Resolução

Para podermos calcular a média, é preciso achar o "x_i" de cada faixa da Tabela. Consideramos, então, que "x_i" é o ponto médio entre o limite inferior (li) e o limite superior (L_i) de cada uma das classes.

Fazemos, então:

$$\textbf{Ponto médio "x}_i\textbf{"} = \frac{l_i + L_i}{2}$$

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar as variáveis na seguinte Tabela:

Tabela 11 – Variáveis para cálculo da média de estaturas de bebês

Estaturas (cm)	f_i	Ponto Médio x_i	$x_i \cdot f_i$
50 ├─ 54	4	$\frac{50+54}{2} = 52$	4 x 5,2 = 208
54 ├─ 58	9	$\frac{54+58}{2} = 56$	9 x 56 = 504
58 ├─ 62	11	$\frac{58+62}{2} = 60$	11 x 60 = 660
62 ├─ 66	8	$\frac{62+66}{2} = 64$	8 x 64 = 512
66 ├─ 70	5	$\frac{66+70}{2} = 68$	5 x 68 = 340
70 ├─ 74	3	$\frac{70+74}{2} = 72$	3 x 72 = 216
Total	$\sum f_i = 40$	-	$\sum x_i \cdot f_i = 2400$

- Na primeira coluna, temos os intervalos de classes das estaturas, separados de 4 em 4 centímetros;
- Na segunda coluna, a quantidade de cada um "f_i";
- Na terceira coluna, o "x_i" encontrado após o cálculo do ponto médio;
- Na quarta coluna, o produto (multiplicação) "$x_i.f_i$".

Cálculo da Média

$$\underline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{2240}{40} = 61$$

ou

$$\underline{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{4 \cdot 52 + 9 \cdot 56 + 11 \cdot 60 + 8 \cdot 64 + 5 \cdot 68 + 3 \cdot 72}{4 + 9 + 11 + 8 + 5 + 3} = 61$$

Resposta

A estatura média dos bebês é de 61 centímetros.

2) O quadro de distribuição de frequências representa os salários mensais de 30 empregados de uma Empresa. Calcule o salário médio mensal desses empregados.

Tabela 12 – Distribuição de Frequência Variável Contínua – Salários mensais de 30 empregados

Salários em Reais	Frequência "f_i"
1.800 ├─ 2.000	8
2.000 ├─ 2.200	12
2.200 ├─ 2.400	6
2.400 ├─ 2.600	4

Resolução

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar as variáveis na seguinte Tabela:

Tabela 13 – Distribuição de Frequência Variável Contínua – Salários mensais de 30 empregados

Salários em Reais	Frequência "f_i"	Ponto Médio "x_i"	$x_i \cdot f_i$
1.800 ├─ 2.000	8	$\frac{1800+2000}{2}=1900$	8 x 1900 = 15200
2.000 ├─ 2.200	12	$\frac{2000+2000}{2}=2100$	12 x 2100 = 25200
2.200 ├─ 2.400	6	$\frac{2200+2400}{2}=2300$	6 x 2300 = 13800
2.400 ├─ 2.600	4	$\frac{2400+2600}{2}=2500$	4 x 2500 = 10000
Total	$\sum f_i=30$	-	$\sum x_i \cdot f_i=64200$

Cálculo da Média

$$x=\frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}=\frac{64200}{30}=2140$$

ou

$$x=\frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}=\frac{8\cdot 1900+12\cdot 2100+6\cdot 2300+4\cdot 2500}{8+12+6+4}$$

$$x=\frac{15200+25200+13800+10000}{30}$$

$$x=\frac{64200}{30}$$

$$x=2140$$

Resposta

O salário médio mensal dos funcionários da empresa é de R$ 2.140,00.

Atividades Práticas

8) Uma Empresa de aviação observou em seus registros recentes o tempo de mão de obra gasto na revisão completa de um motor de jato. O seguinte quadro foi obtido:

Tabela 14 – Distribuição de Frequência Variável Contínua – Tempo de mão de obra de revisão de motor de jato

Classe "i"	Tempo de mão de obra (horas)	Nº de motores "f_i"
1	0 ├─ 5	2
2	5 ├─ 10	6
3	10 ├─ 15	9
4	15 ├─ 20	12
5	20 ├─ 25	3

a. Determine o número médio de horas de mão de obra necessário para a revisão de cada motor;

b. Com base nessa informação, qual deve ser o tempo total previsto de mão de obra para a revisão de 5 motores que aguardam revisão?

c. Se a Empresa dispõe no momento de 2 homens trabalhando 9 horas por dia nessas revisões, conseguirá, provavelmente, revisar esses 5 motores em 4 dias?

Respostas no final desta Unidade

9) Calcular a altura média de uma série de pilares (colunas de concreto) de uma obra, conforme a tabela a seguir:

Tabela 15 – Distribuição de Frequência Variável Contínua – Altura média de uma série de pilares

Altura dos Pilares em cm	Frequência "f_i"
60 ├─ 67	11
67 ├─ 74	8
74 ├─ 81	14
81 ├─ 88	12
88 ├─ 95	18

Respostas no final desta Unidade.

Moda (mo)

Indicada por **mo**, é o valor que ocorre com maior frequência em uma sequência ou série de valores. Por exemplo, o salário mais comum em uma fábrica é chamado de salário modal, isto é, o salário recebido pelo maior número de empregados.

Saiba Mais

A Moda tem um significado intuitivo, na medida em que popularmente associamos esse termo a algo que é encontrado ou utilizado com bastante frequência, quando, então, dizemos que "está na moda". Um exemplo disso é quando vamos comprar um celular ou uma roupa de acordo com o que "está na moda".

Esse termo foi criado em 1895, pelo matemático britânico Karl Pearson (1857-1936), que contribui muito para o desenvolvimento da Estatística como Disciplina Científica séria e independente.

No exemplo a seguir, podemos dizer que o triângulo é figura geométrica que aparece com maior frequência; portanto, a figura geométrica modal é o triângulo.

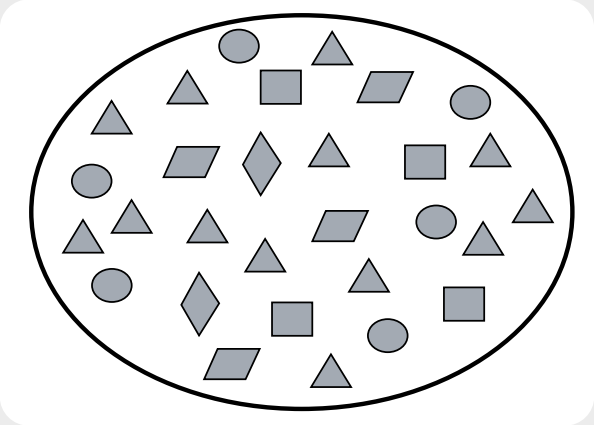

Figura 1 – Figura geométrica modal
Fonte: Acervo do conteudista

#ParaTodosVerem: a imagem apresenta um círculo que contém, em seu interior, cerca de 30 formas geométricas que se dividem em: círculos (todos os pontos têm a mesma distância do centro); triângulos equiláteros (todos os lados têm o mesmo comprimento e todos os ângulos internos têm a mesma medida; losangos (um quadrilátero com lados opostos iguais e ângulos opostos iguais); retângulos (um quadrilátero com quatro ângulos retos e lados opostos iguais); e paralelogramos (um quadrilátero com lados opostos paralelos e iguais). Fim da descrição.

Uma sequência pode ser classificada de acordo com o número de modas que possui em:

- Nenhuma moda – Amodal;
- Uma moda – Unimodal ou modal;
- Duas modas – Bimodal;
- Mais de duas modas – Polimonal.

Aprendendo com Exemplos

CÁLCULO DA MODA envolvendo Rol (DADOS NÃO AGRUPADOS)

1) Na série X: 7 , 8 , 9 , **10 , 10 , 10** , 11 , 12 , a moda é **10**. Dizemos que **mo = 10** e que essa série é **unimodal ou modal**, pois tem uma moda.

Há séries que apresentam apenas um valor repetido; chamamos de série UNIMODAL ou MODAL.

2) A série Z: 3 , 5 , 8 , 10 , 12 não apresenta moda; portanto, dizemos que a série é **amodal**.

Há séries que não têm valor modal, isto é, nenhum valor aparece mais vezes que outros; então, chamamos de série AMODAL.

3) A série W: 2 , 3 , **4 , 4 , 4** , 5 , 6 , **7 , 7 , 7** , 8 , 9 apresenta duas modas **mo = 4** e **mo = 7**. A série, então, é **bimodal**.

Há séries em que pode haver dois valores de concentração; chamamos de série BIMODAL.

CÁLCULO DA MODA quando os dados estão agrupados EM tabela ou DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIA Variável Discreta (SEM INTERVALOS DE CLASSE)

1) Qual a temperatura mais comum medida segundo a Tabela a seguir:

Tabela 16 – Distribuição de Frequência da Variável Discreta – Temperatura mais comum

Temperaturas "x_i"	Frequência "f_i"
0° C	1
1° C	5
2° C	**12**
3° C	6
Total	$\sum f_i = 24$

Resolução

Quando os dados estão agrupados, é possível determinar imediatamente a moda. Basta fixar o valor da variável de maior frequência. No caso, é fácil verificar que a temperatura que mais se repete é 2° C.

Resposta

A temperatura modal é de 2° C, pois é a de maior frequência. Dizemos que **mo = 2° C** e que essa sequência é **modal** ou **unimodal**.

2) Calcule a moda da série:

Tabela 17 – Distribuição de Frequência Variável Discreta

xi	fi
4	3
5	**7**
6	**7**
8	3
Total	$\sum 20$

Resolução

Nesse caso, é fácil observarmos que há duas modas, os números 5 e 6 se repetem 7 (sete) vezes cada um, portanto, possuem a maior frequência.

Resposta

A moda é igual a **mo = 5** e **mo = 6**, dizemos que essa sequência é **bimodal**.

CÁLCULO DA MODA quando os dados estão agrupados em tabela ou distribuição de frequência Variável Contínua

1) Calcule a estatura modal dos bebês conforme a Tabela a seguir:

Tabela 18 – Tabela da Variável Contínua

Estaturas em cm ou "h"	Frequência ou "fi"
60 ├─ 67	11
67 ├─ 74	8
74 ├─ 81	14
81 ├─ 88	12
88 ├─ 95	18

A classe (linha da Tabela) que apresenta a maior frequência "fi" é chamada de Classe Modal.

Observação: Pela definição, podemos afirmar que a Moda, nesse caso, está entre os limites da classe modal **58 ├─ 62**. Para determinarmos o cálculo da moda em Variável Contínua, precisaremos utilizar a fórmula de Czuber (Emanuel **Czuber** 1851-1925), por ser a mais precisa e completa, pois leva em consideração a frequência da classe modal.

Resolução

Para ajudar o cálculo da moda, vamos utilizar a seguinte fórmula:

Fórmula de Czuber para Moda (Mo)

$$M_o = li(m_o) + \frac{fi(m_o) - fi(ant)}{2 \cdot fi(m_o) - [fi(ant) + fi(post)]} \cdot h$$

li(mo) = limite inferior da classe modal.

fi(mo) = frequência da classe modal.

fi(ant) = frequência da classe anterior à classe modal.

fi(post) = frequência da classe posterior à classe modal.

h = amplitude do intervalo de classe (Li – li).

Em relação à fórmula e observando os dados da Tabela, temos:

Tabela 19 – Cálculo da moda

li(mo) = 58	fi(mo) = 11	fi(ant) = 9	fi(post) = 8	h = 4

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$M_o = 58 + \frac{11-9}{2\cdot 11-[9+8]}\cdot 4 = 58 + \frac{2}{22-17}\cdot 4 = 58 + \frac{2}{5}\cdot 4 = 58 + 0{,}44 = 58 + 1{,}6 = 59{,}6$$

Fique atento à sequência das operações para não errar nos cálculos, ok!

Resposta

A moda das estaturas dos bebês é igual a 59,6 cm, ou ainda, a estatura de bebês mais frequente é 59,6 cm.

2) Calcule a moda para a distribuição a seguir, que representa os salários de 20 funcionários selecionados em uma Empresa.

Tabela 20 – Distribuição de Frequência
Variável Contínua – Salários de funcionários

Classe "i"	Salário em Reais	Nº de funcionários "fi"	
1	1.000 ├─ 1.300	3	
2	1.300 ├─ 1.600	5	
3	1.600 ├─ 1.900	8	← Classe Modal
4	1.900 ├─ 2.200	3	
5	2.200 ├─ 2.500	1	
-	Total	Σ *fi*=20	

Resolução

Em relação à fórmula e observando os dados da Tabela, temos:

li(mo) = 1.600	fi(mo) = 8	fi(ant) = 5	fi(post) = 3	h = 300

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$M_o = li(m_o) + \frac{fi(m_o) - fi(ant)}{2 \cdot fi(m_o) - [fi(ant) + fi(post)]} \cdot h$$

$$M_o = 1600 + \frac{8-5}{2 \cdot 8 - [5+3]} \cdot 300 = 1600 + \frac{3}{16-3} \cdot 300 = 1600 + \frac{3}{8} \cdot 300$$

$$M_o = 1600 + 0{,}375 \cdot 300 = 1600 + 112{,}50$$

$$M_o = 1712{,}50$$

A moda dos salários entre os 20 funcionários da Empresa é R$ 1.712,50, ou ainda, o salário mais frequente entre os funcionários é no valor de R$ 1.712,50.

Atividades Práticas

10) Calcule a moda para a distribuição de valores de 54 Notas Fiscais emitidas na mesma data, selecionadas em uma Loja de Departamentos:

Tabela 21 – Distribuição de Frequências Variável Contínua – Distribuição de valores de notas fiscais

Classe "i"	Consumo por nota R$	Nº de notas "fi"
1	0 ├─ 50	10
2	50 ├─ 100	28
3	100 ├─ 150	12
4	150 ├─ 200	2
5	200 ├─ 250	1
6	250 ├─ 300	1
-	Total	$\sum fi = 54$

Respostas no final desta Unidade.

11) Calcule a moda para a distribuição a seguir, que representa a nota de 60 alunos em uma prova de Marketing:

Tabela 22 – Distribuição de Frequências Variável Contínua – Nota de 60 alunos na prova de Marketing

Classe "i"	Consumo por nota R$	Nº de notas "fi"
1	0 ├─ 50	10
2	50 ├─ 100	28
3	100 ├─ 150	12
4	150 ├─ 200	2
5	200 ├─ 250	1
-	**Total**	$\sum fi = 54$

Respostas no final desta Unidade.

Mediana (md)

Indicada por md, a mediana é o valor real que separa o rol (dados já organizados) em duas partes, deixando à sua direita o mesmo número de elementos que à sua esquerda.

Aprendendo com Exemplos

Cálculo da mediana quando temos um número ímpar de elementos, o termo de ordem $\left(\frac{n+1}{2}\right)^0$ corresponde à mediana (dados não agrupados)

1) Dada a série de valores X: 5, 2, 6, 13, 9, 15, 10, determine a mediana.

Resolução

De acordo com a definição de mediana, vamos, primeiramente, ordenar (crescente ou decrescente) os valores.

Ordenando, temos:

Posição	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª
Elementos de X	2	5	6	9	10	13	15

3 elementos antes e
3 elementos depois.

Elemento que ocupa a posição central da série.

Assim, fazendo o cálculo da posição do elemento, confirmamos que:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{7+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{8}{2}\right)^0 = 4^0$$

O valor "9" ocupa a 4ª posição.

Resposta

O valor que divide a série em duas partes iguais é o número 9. Logo, a mediana dessa sequência é 9 (md = 9). Podemos dizer que 50% dos valores da sequência X são menores do que 9 e 50% dos valores são maiores do que 9.

2) As onze turmas de 1º Ano da Engenharia têm, respectivamente: 42, 37, 28, 40, 41, 48, 45, 37, 37, 41 e 44 alunos. Calcule a Mediana.

Resolução

Fazendo o cálculo da posição do elemento da mediana, temos:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{11+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{12}{2}\right)^0 = 6^0$$

A mediana é a turma que ocupa a 6ª posição.

Assim, posicionando os elementos em Rol (ordem crescente), encontramos:

Tabela 23 – Rol em ordem crescente do número de alunos do 1º ano de Engenharia

Posição	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª	9ª	10ª	11ª
Turmas	28	37	37	37	40	41	41	42	44	45	48

Turma que ocupa a posição central da série.

Resposta

A mediana será o termo que ocupa a 6ª posição, ou seja, a mediana é 41 (md = 41). Dizemos que 50% das turmas do 1° Ano de Engenharia possuem menos de 41 alunos e 50% mais ou iguais a 41 alunos.

Cálculo da mediana quando o número de elementos é par, a mediana é obtida calculando-se a média aritmética entre os dois termos de ordem.

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 \text{ e } \left(\frac{n}{2}+1\right)^0$$

(dados não agrupados).

1) Determine a mediana da sequência Z: 7, 21, 13, 15, 10, 8, 9, 13.

Resolução

Ordenando, temos:

Posição	1ª	2ª	3ª	4ª	5ª	6ª	7ª	8ª
Elementos de Z	7	8	9	10	13	13	15	21

O valor "10" ocupa a 4ª posição.

Elementos que ocupam as posições centrais da série.

O valor "13" ocupa a 5ª posição.

Logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{8}{2}\right)^0 = 4^0 \text{ e } \left(\frac{n}{2}+1\right)^0 = \left(\frac{8}{2}+1\right)^0 = (4+1)^0 = 5^0$$

Temos um problema!

A Mediana não pode ser dois números.

E agora?

Portanto, a mediana será a Média Aritmética entre 10 e 13, assim temos:

$$md = \frac{10+13}{2} = \frac{23}{2} = 11{,}5$$

Resposta

A mediana da sequência Z é 11,5. Podemos dizer que 50% dos valores dessa sequência são menores do que 11,5 e 50% são maiores do que 11,5.

2) As dez turmas de 1° Ano da Engenharia têm, respectivamente: 37, 28, 40, 41, 48, 37, 37, 41, 46 e 44 alunos. Calcule a Mediana.

Resolução

Logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{10}{2}\right)^0 = 5^0 \text{ e } \left(\frac{n}{2}+1\right)^0 = \left(\frac{10}{2}+1\right)^0 = (5+1)^0 = 6^0$$

A mediana é a Media Aritmética das turmas que ocupam as posições 5 e 6 no Rol. Assim, posicionando os elementos em Rol (ordem crescente), encontramos:

Tabela 24 – Rol em ordem crescente de número de alunos no 1° ano de Engenharia

Posição	1ª	2ª	3ª	4ª	**5ª**	**6ª**	7ª	8ª	9ª	10ª
Turmas	28	37	37	37	**40**	**41**	41	44	46	48

Turmas que ocupam as posições centrais da série.

Portanto, a mediana será a **Média Aritmética** entre 40 e 41. Assim, temos:

$$md = \frac{40+41}{2} = \frac{81}{2} = 40{,}5$$

Resposta

A mediana será 40,5 (md = 40,5). Dizemos que 50% das turmas do 1° Ano de Engenharia possuem menos de 40,5 alunos e 50% mais de 40,5 alunos.

Importante

Quando o número de elementos da série estatística for **ímpar**, haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série.

Quando o número de elementos da série estatística for par, nunca haverá coincidência da mediana com um dos elementos da série. A mediana será sempre a Média Aritmética dos dois elementos centrais da série.

CÁLCULO DA MEDIANA quando os dados estão agrupados EM tabela ou DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS Variável Discreta (SEM INTERVALOS DE CLASSE)

1) Determinar a mediana que representa as notas dos alunos da Disciplina de Língua Portuguesa, conforme a Tabela a seguir.

Tabela 25 – Mediana das notas de alunos da disciplina de Língua Portuguesa

Notas (xi)	fi
2,0	3
5,0	4
8,0	9
10	5
Total	**Σ *fi*=21**

← Número ÍMPAR de elementos.

Resolução

Nesse caso, os dados já estão ordenados e agrupados em uma Tabela de Frequência e a série é composta por **21 elementos**, que é **ÍMPAR**; portanto, só admite um termo central.

Fazendo o cálculo da posição do elemento da mediana, temos:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{21+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{22}{2}\right)^0 = 11^0$$

A mediana é a nota que ocupa a 11ª posição na Tabela.

Reflita

E agora, para descobrir qual é a 11ª nota da Tabela?

Nessa situação, para facilitar nossos cálculos, abriremos ao lado da coluna das frequências (fi) outra coluna que chamaremos de fac, ou seja, frequência acumulada.

Nessa coluna, iremos acumular em cada linha as frequências absolutas (fi) da seguinte forma:

Tabela 26 – Posição dos elementos da coluna

Notas (xi)	fi	fac	Posição dos elementos da sequência
2,0	3	3	1ª até 3ª
5,0	4	3 + 4 = 7	4ª até 7ª
8,0	9	7 + 9 = 16	8ª até 16ª
10	5	16 + 5 = 21	17ª até 21ª
Total	**Σ *fi*=21**	**-**	**-**

← Veja que a 11ª posição está entre a 8ª e a 16ª posições, então a mediana é a nota 8,0.

Resposta

A nota mediana de Língua Portuguesa é 8 (md = 8). Podemos dizer que 50% das notas são menores ou iguais a 8 e 50% são maiores ou iguais a 8.

2) Determine a mediana das temperaturas conforme a tabela a seguir:

Tabela 27 – Medianas de temperaturas

Temperaturas em °C "xi"	fi
0°	3
1°	5
2°	8
3°	10
5°	6
Total	**Σ *fi*=32**

← Número PAR de elementos.

Resolução

A série é composta por 32 temperaturas, portanto, tem um número de elementos PAR, o que quer dizer que admite dois termos centrais.

Logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{32}{2}\right)^0 = 16^0 \text{ e } \left(\frac{n}{2}+1\right)^0 = \left(\frac{32}{2}+1\right)^0 = (16+1)^0 = 17^0$$

A Mediana é a Média Aritmética das temperaturas, que ocupam as posições 16 e 17 na Tabela.

Reflita

E agora, para achar a 16ª e 17ª notas na Tabela?

É fácil! Lembra-se?

Abriremos ao lado da coluna das frequências (fi) outra coluna, que chamaremos de fac, ou seja, frequência acumulada.

Nessa coluna, iremos acumular em cada linha as frequências absolutas (fi), da seguinte forma:

Tabela 28 – Frequências absolutas – temperaturas

Temperaturas em °C "xi"	fi	fac	Posição dos elementos da sequência
0°	3	3	1ª até 3ª
1°	5	3 + 5 = 8	4ª até 8ª
2°	**8**	**8+ 8 = 16**	**9ª até 16ª**
3°	**10**	**16 + 10 = 26**	**17ª até 26ª**
5°	6	26 + 6 = 32	27ª até 32ª
Total	**Σ *fi*=32**	**-**	**-**

Sabemos que a mediana é apenas um número; portanto, a mediana será a **Média Aritmética entre as temperaturas 2°C e 3°C**, assim temos:

$$md = \frac{2+3}{2} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

Resposta

A temperatura mediana é 2,5°C (md = 2,5°C), ou seja, 50% das temperaturas pesquisadas são menores que 2,5°C e 50% maiores que 2,5°C.

Atividades práticas

12) Calcule a mediana da distribuição:

Tabela 29 – Distribuição de Frequência Variável Discreta

xi	fi
2	5
4	20
5	32
6	40
8	2
Total	**$\sum fi=99$**

← Número ÍMPAR de elementos.

Respostas no final desta Unidade.

13) Calcule a mediana para a série representativa da idade de 50 alunos de uma classe do primeiro ano de um determinado Curso de Graduação.

Tabela 30 – Distribuição de Frequência Variável Discreta

Idade (anos) "xi"	Nº de alunos "fi"
17	3
18	18
19	17
20	8
21	4
Total	**$\sum fi=50$**

Respostas no final desta Unidade.

CÁLCULO DA MEDIANA QUANDO OS DADOS ESTÃO AGRUPADOS EM TABELA OU DISTRIBUIÇÃO DE FREQUÊNCIAS VARIÁVEL CONTÍNUA (COM INTERVALOS DE CLASSE):

Neste caso, é preciso seguir as etapas:

1ª Etapa

Calculamos a posição da mediana, considerando se o número de elementos da série é par ou ímpar.

2ª Etapa

Para identificarmos o intervalo de classe na qual se encontra a mediana, determinamos as frequências acumuladas "fac".

3ª Etapa

Calculamos a mediana "md" estimada pela fórmula a seguir.

Fórmula para o cálculo da Mediana (md):

$$md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - fac(ant)}{fi(md)} \cdot h$$

li(mo) = limite inferior da classe modal.
li(md) = limite inferior da classe mediana.
f(ac)ant = frequência acumulada à classe anterior a classe mediana.
fi(md) = frequência absoluta da classe mediana.
h = amplitude do intervalo de classe (Li – li).
n = número de termos.

1) Dada a tabela a seguir, que representa as estaturas de 40 pessoas, calcule o valor da mediana:

Tabela 31 – Distribuição de Frequência Variável Contínua

Estaturas (cm)	fi
50 ├─ 54	4
54 ├─ 58	9
58 ├─ 62	11
62 ├─ 66	8
66 ├─ 70	5
70 ├─ 74	3
Total	**Σ *fi*=40**

← Número PAR de elementos.

Resolução

Vamos seguir as etapas descritas anteriormente.

1ª Etapa

Calculamos a posição da mediana, considerando se o número de elementos da série é par ou ímpar.

Essa série tem 40 elementos, portanto, é PAR, logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{40}{2}\right)^0 = 20^0 \text{ e } \left(\frac{n}{2}+1\right)^0 = \left(\frac{40}{2}+1\right)^0 = (20+1)^0 = 21$$

A Mediana é a Média Aritmética das estaturas que ocupam as posições 20 e 21 na Tabela.

2ª Etapa

Identificamos o intervalo de classe em que se encontra a mediana e determinamos as frequências acumuladas "fac".

Tabela 32 – Mediana de estatura de 40 pessoas

Estaturas (cm)	fi	fac	Posição dos elementos da sequência
50 ├─ 54	4	4	1ª até 4ª
54 ├─ 58	9	4 + 9 = 13	5ª até 13ª
58 ├─ 62	**11**	**13 + 11 = 24**	**14ª até 24ª**
62 ├─ 66	8	24 + 8 = 32	25ª até 32ª
66 ├─ 70	5	32 + 5 = 37	33ª até 37ª
70 ├─ 74	3	37 + 3 = 40	38ª até 40ª
Total	**$\sum fi$=40**	**-**	**-**

← A 20ª e 21ª estaturas estão na linha 3 e terão um valor compreendido entre 58 ├─ 62.

Chamamos essa linha de classe mediana.

3ª Etapa

Calculamos a mediana "md" pela seguinte fórmula:

$$md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - fac(ant)}{fi(md)} \cdot h$$

Verificamos os valores na Tabela e encontramos o seguinte:

li(md) = 58	n = 40	fac(ant) = 13	fi(md) = 11	h = 4

$$md = 58 + \frac{\frac{40}{2} - 13}{11} \cdot 4 = 58 + \frac{20 - 13}{11} \cdot 4 = 58 + \frac{7}{11} \cdot 4$$

$$md = 58 + 0{,}6364 \cdot 4 = 58 + 2{,}5456$$

$$md = 60{,}55$$

Resposta

A mediana estimada das estaturas é igual a 60,55 cm (md = 60,55). Significa que 50% das pessoas observadas têm estaturas inferiores a 60,55 cm e 50% têm estaturas superiores a 60,55 cm.

Atividades Práticas

14) O consumo de energia elétrica verificado em 250 residências de famílias da classe média, com dois filhos, revelou a distribuição a seguir. Calcule a mediana da distribuição.

Tabela 33 – Mediana de distribuição de consumo de energia elétrica em 250 residências

Classes	Consumo kWh	Nº de famílias
1	0 ├─ 50	2
2	50 ├─ 100	15
3	100 ├─ 150	32
4	150 ├─ 200	47
5	200 ├─ 250	50
6	250 ├─ 300	80
7	300 ├─ 350	24
Total		**$\sum fi$=250**

Respostas no final desta Unidade.

Relação entre a Média, a Moda e a Mediana

Em uma série, a média, a mediana e a moda não têm, necessariamente, o mesmo valor. Como o próprio nome sugere, o valor da mediana (que ocupa a posição central numa distribuição de frequência), deve estar em algum ponto entre o valor da média e o valor da moda, mas pode também ser igual à moda e à média.

A mediana depende da posição do elemento na série ordenada. A média aritmética depende dos valores dos elementos. Essa é uma das diferenças marcantes entre mediana e média. A média se deixa influenciar, e muito, pelos valores extremos.

Aprendendo com um exemplo

1) Determine e média e a mediana nas sequências:

a) Z: 5, 7, 10, 13, 15 b) Y: 5, 7, 10, 13, 65

Resoluções

a) Sequência Z: 5, 7, 10, 13, 15

Cálculo da média

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5+7+10+13+15}{5} = \frac{50}{5} = 10$$

Cálculo da mediana **Z: 5, 7, 10, 13, 15,** temos que a mediana vale 10.

b) Sequência Y: 5, 7, 10, 13, 65

Cálculo da média

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{5+7+10+13+65}{5} = \frac{100}{5} = 20$$

Cálculo da mediana **Y: 5, 7, 10, 13, 65** temos que a mediana vale 10.

Resposta

A sequência Y tem média aritmética igual a 20 e mediana igual a 10.

Concluindo

Se compararmos os valores da sequência Z e Y, verificamos que:

Tabela 34 – Valores de sequência Z e Y

Sequência Z	Sequência Y
A sequência Z tem valores próximos uns dos outros. Os valores próximos influenciam a média aritmética, porém, de forma leve. A mediana não sofre influência dos valores da sequência, por considerar a posição dela.	A sequência Y tem valores bem distantes uns dos outros. Os valores distantes influenciam a média aritmética, de forma acentuada. A mediana não sofre influência dos valores da sequência, por considerar a posição dela.

Resoluções das Atividades Práticas

Somatório

Atividade prática 1:

Escreva na notação sigma, as seguintes somas (codificando-as):

$a) x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = \sum_{i=1}^{6} x_i$

$b) x_3 + x_4 + x_5 = \sum_{i=2}^{5} x_i$

$c) (x_1 + 2) + (x_2 + 2) + (x_3 + 2) = \sum_{i=1}^{3} (x_i + 2)$

$d) (x_1 - 10) + (x_2 - 10) + (x_3 - 10) + (x_4 - 10) = \sum_{i=1}^{4} (x_i - 10)$

$e) (x_{10} - 3)^4 + (x_{11} - 3)^4 + (x_{12} - 3)^4 = \sum_{i=10}^{12} (x_i - 3)^4$

$f) (x_1 - 15)^2 \cdot f_1 + (x_2 - 15)^2 f_2 + (x_3 - 15)^2 f_3 = \sum_{i=1}^{3} (x_i - 15)^2 \cdot fi$

Atividade prática 2:

Escreva as parcelas da soma indicada (decodificando e obtendo as parcelas componentes):

$$g)\sum_{i=2}^{7} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7$$
$$h)\sum_{i=3}^{6} x_1^2 = x_3^2 + x_4^2 + x_5^2 + x_6^2$$
$$i)\sum_{i=1}^{4} (x_1 - a)^2 \cdot f_i = (x_1 - a)^2 \cdot f_1 + (x_2 - a)^2 \cdot f_2 + (x_3 - a)^2 \cdot f_3 + (x_4 - a)^2 \cdot f_4$$
$$j)\sum_{i=1}^{3} (\frac{3x}{2} - 5)^2 = (\frac{3x_1}{2} - 5)^2 + (\frac{3x_2}{2} - 5)^2 + (\frac{3x_3}{2} - 5)^2$$

Atividade prática 3:

Observe o passo a passo dos cálculos conforme Tabela a seguir:

Tabela 35 – Passo a passo de cálculos

i	xi	fi	xi.fi	i.xi	xi_2 . fi	$(xi - 12)^2$. fi
1	3	2	3.2 = 6	1.3 = 3	3^2 . 2 = 18	$(3 - 12)^2$. fi
2	4	5	4.5 = 20	2.4 = 8	4^2 . 5 = 80	$(4 - 12)^2$. 5 = 320
3	6	3	6.3 = 18	3.6 = 18	6^2 . 3 = 108	$(6 - 12)^2$. 3 = 108
4	8	2	8.2 = 16	4.8 = 32	8^2 . 2 = 128	$(8 - 12)^2$ .2 = 32
∑ 10	**∑ 21**	**∑ 12**	**∑ 60**	**∑ 61**	**∑ 334**	**∑ 622**

$$a)\sum x_i = 21$$
$$b)\sum f_i = 12$$
$$c)\sum x_i \cdot f_i = 60$$
$$d)\sum i \cdot x_i = 61$$
$$e)\sum x_i^2 \cdot f_i = 334$$
$$f)\sum (x_i - 12)^2 \cdot f_i = 622$$

Média Aritmética

Atividade prática 4:

Calcule a Média Aritmética das séries

a) A: 2 ; 4 ; 5 ; 6 ; 8 ; 10 ; 13 ; 17 ; 25.

$$\underline{x} = \frac{2+4+5+6+8+10+13+17+25}{9} = \frac{90}{9} = 10$$

b) B: 3 ; 3 ; 3 ; 5 ; 5 ; 9 ; 9 ; 9 ; 13 ; 13 ; 20 ; 20 ; 20.

$$\underline{x} = \frac{3+3+3+5+5+9+9+9+13+13+20+20+20}{13} = \frac{132}{13} = 10{,}2$$

c) C: 7,8 ; 10,2 ; 10,9 ; 15,4 ; 18,5 ; 21,2.

$$\underline{x} = \frac{7{,}8+10{,}2+10{,}9+15{,}4+18{,}5+21{,}2}{6} = \frac{84}{6} = 14$$

Atividade prática 5:

Cálculo do peso:

2,8 + 4 + 4,2 + 5 + 3,5 + 4 + 5 + 5,5 + 4 + 5 + 7 + 4 = 54 quilos

Cálculo da média

$$\underline{x} = \frac{54}{12} = 4{,}5 \text{ quilos}$$

Resposta

O lote foi aprovado, pois pesa 54 quilos (superior a 50 quilos) e 4,5 quilos é o peso médio de cada produto.

Média Aritmética Ponderada

Atividade prática 6:

Calcule a média da série a seguir:

Tabela 36 – Distribuição de Frequência Variável Discreta

xi	fi	xi.fi
2	1	2.1 = 2
3	4	3.4 = 12
4	3	4.3 = 12
5	2	5.2 = 10
Total	**$\sum f_i$=10**	**$\sum$ xi.fi = 36**

Cálculo da Média Ponderada

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{36}{10} = 3,6$$

Resposta

A média dos dados da série é 3,6.

Atividade prática 7:

Calcule o número médio de acidentes por dia em uma determinada esquina.

Tabela 37 – Distribuição de Frequência Variável Discreta – nº de acidentes por dia

Nº de acidentes por dia "xi"	Nº de dias "fi"	xi.fi
0	20	0.20 = 0
1	9	1.9 = 9
2	5	2.5 = 10
3	3	3.3 = 9
4	2	4.2 = 8
5	1	5.1 = 5
Total	**$\sum f_i$=40**	**$\sum$ xi.fi = 41**

Cálculo da Média Ponderada

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{41}{40} = 1,03$$

Resposta

A média é 1,03 acidentes por dia.

Média Aritmética Variável Contínua

Atividade prática 8:

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar as variáveis na seguinte Tabela:

Tabela 38 – Distribuição de Frequência Variável Contínua - Tempo de mão de obra

Classe "i"	Tempo de mão de obra (horas)	N° de motores "fi"	Ponto Médio "xi"	xi . fi
1	0 ⊢ 5	2	$\frac{0+5}{2}=2,5$	2 x 2,5 = 5
2	5 ⊢ 10	6	$\frac{5+10}{2}=7,5$	6 x 7,5 = 45
3	10 ⊢ 15	9	$\frac{10+15}{2}=7,5$	9 x 7,5 = 112,5
4	15 ⊢ 20	12	$\frac{15+20}{2}=7,5$	12 x 17,5 = 210
5	20 ⊢ 25	3	$\frac{20+25}{2}=22,5$	3 x 22,5 = 67,5
Total		**$\sum f_i$=32**	**-**	**$\sum$ xi.fi = 440**

Cálculo da Média

$$\bar{x}=\frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i}=\frac{440}{32}=13,75$$

Resposta

A média de horas para a revisão de cada motor é 13,75 horas.

b) Com base nessa informação, qual deve ser o tempo total previsto de mão de obra para a revisão de 5 motores que aguardam revisão?

Para calcular o tempo total, vamos apenas multiplicar a média de horas por 5. Então:

13,75 horas x 5 motores = 68,75 horas

Resposta

Como temos em média 13,75 horas para cada motor, para 5 motores o tempo total previsto de mão de obra será de 68,75 horas.

c) Se a Empresa dispõe no momento de 2 homens trabalhando 9 horas por dia nessas revisões, conseguirá provavelmente revisar esses 5 motores em 4 dias?

Vamos primeiro calcular o total de horas dos 2 homens trabalhando 9 horas por dia em 4 dias. Então:

2 homens x 9 horas x 4 dias = 72 horas no total

Agora é fácil verificar que o total de horas dos homens disponíveis (72 horas) é suficiente para a revisão dos 5 motores e que, conforme a alternativa anterior, são necessárias 68,75 horas para a revisão.

Resposta

Sim, a Empresa conseguirá revisar esses 5 motores em 4 dias.

Atividade prática 9:

Para ajudar nos cálculos, vamos organizar as variáveis na seguinte Tabela:

Tabela 39 – Distribuição de Frequência Variável Contínua

Altura dos Pilares em cm	Frequência "f_i"	Ponto Médio "x_i"	$x_i \cdot f_i$
60 ├─ 67	11	$\frac{60+67}{2} = 63{,}5$	11 x 63,5 = 698,5
67 ├─ 74	8	$\frac{67+74}{2} = 77{,}5$	8 x 70,5 = 564
74 ├─ 81	14	$\frac{74+81}{2} = 77{,}5$	14 x 77,5 = 1085
81 ├─ 88	12	$\frac{81+88}{2} = 84{,}5$	12 x 84,5 = 1014
88 ├─ 95	18	$\frac{88+95}{2} = 91{,}5$	18 x 91,5 = 1647
Total	**$\sum f_i$=63**	**-**	**$\sum$ xi.fi = 5008,5**

Cálculo da Média

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i \cdot f_i}{\sum f_i} = \frac{5008{,}5}{63} = 79{,}5$$

Resposta

A altura média dos pilares (colunas de concreto) da obra é de 79,5 cm.

Moda Variável Contínua

Atividade prática 10:

Tabela 40 – Distribuição de Frequências Variável Contínua

Classe "i"	Consumo por nota R$	N° de notas"fi"	
1	0 ├─ 50	10	
2	**50 ├─ 100**	**28**	← Classe Modal
3	100 ├─ 150	12	
4	150 ├─ 200	2	
5	200 ├─ 250	1	
6	250 ├─ 300	1	
Total		**Σ *fi*=54**	

Resolução

Em relação à fórmula e observando os dados da Tabela, temos:

li(md) = 50	**n = 28**	**fac(ant) = 10**	**fi(md) = 12**	**h = 50**

Resposta

A moda das Notas Fiscais é R$ 76,47 ou, ainda, a Nota Fiscal mais frequente é no valor de R$ 76.47.

Atividade prática 11:

Tabela 41 – Distribuição de Frequências Variável Contínua

Classe "i"	Consumo por nota R$	N° de notas"fi"	
1	0 ├─ 2	5	
2	**2 ├─ 4**	**20**	← 1ª Classe Modal
3	4 ├─ 6	12	
4	**6 ├─ 8**	**20**	← 2ª Classe Modal
5	8 ├─ 10	3	
Total		**Σ *fi*=60**	

Resolução

Em relação à fórmula e observando os dados da Tabela, temos:

1ª Classe Modal

li(mo) = 2	fi(mo) = 12	fi(ant) = 5	fi(post) = 12	h = 2

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$M_o = li(m_o) + \frac{fi(m_o) - fi(ant)}{2 \cdot fi(m_o) - [fi(ant) + fi(post)]} \cdot h$$

$$M_o = 2 + \frac{20-5}{2 \cdot 20 - [5+12]} \cdot 2 \Rightarrow M_o = 2 + \frac{15}{40-17} \cdot 2 \Rightarrow M_{o=} 2 + \frac{15}{23} \cdot 2 \Rightarrow$$

$$M_o = 2 + 0{,}6522 \cdot 2 \Rightarrow M_o = 2 + 1{,}30 \Rightarrow M_o = 3{,}30$$

2ª Classe Modal

li(mo) = 6	fi(mo) = 20	fi(ant) = 12	fi(post) = 3	h = 2

Substituindo na fórmula de Czuber e fazendo os cálculos, temos:

$$M_o = li(m_o) + \frac{fi(m_o) - fi(ant)}{2 \cdot fi(m_o) - [fi(ant) + fi(post)]} \cdot h$$

$$M_o = 6 + \frac{20-12}{2 \cdot 20 - [12+3]} \cdot 2 \Rightarrow M_o = 6 + \frac{8}{40-15} \cdot 2 \Rightarrow M_{o=} 6 + \frac{8}{25} \cdot 2 \Rightarrow$$

$$M_o = 6 + 0{,}32 \cdot 2 \Rightarrow M_o = 2 + 0{,}64 \Rightarrow M_o = 6{,}64$$

Resposta

A moda das notas são duas: mo = 3,30 e mo = 6,64 ou, ainda, as notas mais frequentes na Disciplina de Marketing são 3,3 e 6,64.

Mediana Variável Discreta

Atividade prática 12:

Fazendo cálculo da posição do elemento da mediana com número **ÍMPAR** de elementos, temos:

$$\left(\frac{n+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{99+1}{2}\right)^0 = \left(\frac{100}{2}\right)^0 = 50^0$$

A mediana é o elemento que ocupa a 50ª posição na Tabela.

Tabela 42 – Distribuição de Frequências Variável Discreta

xi	fi	fac	Posição dos elementos da sequência
2	5	5	1ª até 5ª
4	20	5 + 20 = 25	6ª até 25ª
5	**32**	**25 + 32 = 57**	**26ª até 57ª**
6	40	57 + 40 = 97	57ª até 97ª
8	2	97 + 2 = 99	97ª até 99ª
Total	**Σ *fi*=99**	**-**	**-**

← Veja que a 50ª posição está entre a 26ª e 57ª posições, então, a mediana é o elemento 5.

Resposta

A mediana da distribuição é 5 (md = 5). Podemos dizer que 50% dos elementos são menores ou iguais a 5 e 50% são maiores ou iguais a 5.

Atividade prática 13:

Fazendo cálculo da posição do elemento da mediana com número PAR de elementos, temos:

Logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{50}{2}\right)^0 = 25^0 \text{ e } \left(\frac{n}{2}+1\right)^0 = \left(\frac{50}{2}+1\right)^0 = (25+1)^0 = 26^0$$

A Mediana é a Média Aritmética das idades que ocupam as posições 25 e 26 na Tabela.

Tabela 43 – Distribuição de Frequências Variável Discreta – Idades

Idade (anos) "xi"	Nº de alunos "fi"	"fac"	Posição dos elementos da sequência
17	3	3	1ª até 3ª
18	18	3 + 18 = 21	4ª até 21ª
19	**17**	**21 + 17 = 38**	**22ª até 38ª**
20	8	38 + 8 = 46	39ª até 46ª
21	4	46 + 4 = 50	47ª até 50ª
Total	**Σ *fi*=50**	**-**	**-**

← A 25ª e 26ª idade procurada é 19 anos.

Nesse caso, não há necessidade de calcularmos a Média Aritmética das idades, pois a idade de 19 anos aparece tanto na 25ª como na 26ª posições, mas se efetuarmos o cálculo, vamos obter o mesmo valor, como, por exemplo:

$$md = \frac{19+19}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

Resposta

A idade mediana é 19 anos (md = 19), ou seja, 50% dos alunos possuem idades menores ou iguais a 19 anos e 50% maiores ou iguais a 19 anos.

Mediana Variável Contínua

Atividade prática 14:

1ª Etapa

Calculamos a posição da mediana, considerando se o número de elementos da série é par ou ímpar.

Essa série tem 250 elementos; portanto, é **PAR**, logo, as posições dos termos centrais são:

$$\left(\frac{n}{2}\right)^0 = \left(\frac{250}{2}\right)^0 = 125^0 \text{ e } \left(\frac{n}{2}+1\right)^0 = \left(\frac{250}{2}+1\right)^0 = (125+1)^0 = 126$$

2ª Etapa

Identificamos o intervalo de classe em que se encontra a mediana e determinamos as frequências acumuladas "**fac**".

Tabela 44 – Frequência acumulada – consumo de energia elétrica

Classes	Consumo kWh	Nº de famílias	"fac"	Posição dos elementos da sequência
1	0 ├─ 50	2	2	1ª até 2ª
2	50 ├─ 100	15	2 + 15 = 17	3ª até 17ª
3	100 ├─ 150	32	17 + 32 = 49	18ª até 49ª
4	150 ├─ 200	47	49 + 47 = 96	50ª até 96ª

Classes	Consumo kWh	Nº de famílias	"fac"	Posição dos elementos da sequência
5	200 ├─ 250	50	96 + 50 = 146	97ª até 146ª
6	250 ├─ 300	80	146 + 80 = 226	147ª até 226ª
7	300 ├─ 350	24	226 + 24 = 250	227ª até 250ª
Total		**Σ *fi* = 250**	**-**	**-**

3ª Etapa

Calculamos a mediana "md" pela seguinte fórmula:

$$md = li(md) + \frac{\frac{n}{2} - fac(ant)}{fi(md)} \cdot h$$

Verificamos os valores na Tabela e encontramos o seguinte:

li(md) = 200	n = 250	fac(ant) = 96	fi(md) = 50	h = 50

Aplicando os valores na fórmula, temos:

$$md = 200 + \frac{\frac{250}{2} - 96}{50} \cdot 50 \Rightarrow md = 200 + \frac{125 - 96}{50} \cdot 50 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow md = 200 + \frac{29}{50} \cdot 50 \Rightarrow md = 200 + 0{,}58 \cdot 50 \Rightarrow$$
$$\Rightarrow md = 200 + 29 \Rightarrow md = 229$$

Resposta

A mediana estimada dos consumos de energia elétrica é igual a 229 Kwh (md = 229). Significa que 50% das famílias de classe média, com dois filhos, têm consumo de energia elétrica inferior a 229 Kwh e 50% tem consumo de energia elétrica superior a 229 Kwh.

Em Síntese

Pessoal, esta Unidade teve muitos cálculos, não é mesmo?!

Conhecemos as Medidas de Posição e aprendemos que as principais são as Medidas de Tendência Central, que são: a média aritmética e ponderada, a moda e a mediana.

Tenho certeza de que conseguiram acompanhar e que estão satisfeitos por terem conseguido vencer mais uma etapa, e não deixem de realizar as atividades práticas.

Abraços a todos!

Continuem se esforçando sempre e até a próxima.

Atividades de Fixação

1. Qual das seguintes afirmações descreve corretamente a moda em estatística?

a. A moda é a média aritmética dos valores de uma variável.
b. A moda é o valor que ocorre com mais frequência em um conjunto de dados.
c. A moda é uma medida de dispersão dos dados.
d. A moda é a diferença entre o maior e o menor valor em um conjunto de dados.
e. A moda é a média ponderada dos valores de uma variável.

2. Qual das seguintes afirmações descreve corretamente a média aritmética em estatística?

a. A média aritmética é o valor que ocorre com mais frequência em um conjunto de dados.
b. A média aritmética é a medida de tendência central que representa o valor central de um conjunto de dados.
c. A média aritmética é a diferença entre o maior e o menor valor em um conjunto de dados.
d. A média aritmética é a medida de dispersão dos dados.
e. A média aritmética é a mediana dos valores de uma variável.

Atenção, estudante! Veja o gabarito desta atividade de fixação no fim deste conteúdo.

Material Complementar

Vídeos

Somatório – Explicação – ClickExatas
Explicação sobre o que é o símbolo estatístico Somatório (Σ).
https://youtu.be/ValQ4awhJUY

Estatística Básica #4: Medidas de Tendência Central (parte 1)
Média Aritmética e Ponderada.
https://youtu.be/AxgY43xN0kA

Média em uma Tabela de Dados Agrupados em Classes
Média Aritmética para uma Tabela ou Distribuição de Frequência Variável Contínua.
https://youtu.be/O2FKsLrtCDM

Aula de Estatística – Média, Mediana e Moda
Média, Mediana e Moda (Dados Não Agrupados e Agrupados).
https://youtu.be/cgLVCUJvIIw

Estatística = #5/7 | Moda | Aula do Guto
Definição e exemplo de Moda.
https://youtu.be/rMvuVHcpUns

Estatística Básica #7: Moda para Dados Agrupados
Titio Trevas. Conteúdo: Cálculo da Moda utilizando a fórmula de Czuber (Variável Contínua).
https://youtu.be/9_mA1EOj-q4

Grings – Moda, Média e Mediana Aula 4
Moda, Média e Mediana de dados não agrupados (Variável Discreta).
https://youtu.be/UfupcG1ax6U

Grings – Média e Mediana Dados Agrupados Aula 5
Média e a Mediana de uma Tabela ou Distribuição de Frequência Variável Contínua.
https://youtu.be/7djAJFHYyno

Estatística (Média, Mediana, Moda, Variância e Desvio Padrão) – Prof. Gui
Média Aritmética, Mediana, Moda, Variância e Desvio Padrão.
https://youtu.be/CG_AGULJJz8

Mediana para Tabela de Distribuição Contínua – Somatize
Mediana em tabela ou distribuição de frequência Variável Contínua.
https://youtu.be/SQajFw3p46A

Exercícios Resolvidos – Estatísticas – Prof. Gui.
Exercícios resolvidos de Estatística com Média Aritmética, Mediana, Moda, Variância e Desvio Padrão.
https://youtu.be/v07FdggMK28

Estatística (ENEM) – Média Aritmética, Mediana e Moda
Prof. Marcos Aba. Conteúdo: Exercícios envolvendo a Média Aritmética, a Mediana e a Moda.
https://youtu.be/uAtPI64xep4

Mediana – Falando Matemática
Prof. Allan. Conteúdo: Mediana para Variável Discreta e Variável Contínua.
https://youtu.be/52GgnCbf9So

Estatística Básica #8: Mediana para Dados Agrupados
Titio Trevas. Conteúdo: Cálculo da Mediana (Variável Contínua).
https://youtu.be/QPSDMeP1g1E

Leituras

Estatística Descritiva
No *site* a seguir você irá encontrar material para consulta sobre Estatística Descritiva:
https://bit.ly/3T48rLs

Média, Moda, Mediana, Variância e Desvio Padrão
https://bit.ly/42TGRVz

Referências

BELLOS, A. **Alex no País dos Números**: uma viagem ao país maravilhoso da matemática. São Paulo: Cia das Letras, 2011.

CRESPO A. A. **Estatística Fácil**. 11. ed. São Paulo: Saraiva, 1994.

DOWNING, D. **Estatística Aplicada**. 2. ed. São Paulo: Saraiva, 2002.

MORETTIN, L. G. **Estatística Básica**. 7. ed. São Paulo: Pearson, 2000.

NEUFELD, J. L. **Estatística Aplicada à Administração Usando o Excel**. São Paulo: Pearson, 2003.

SPIEGEL, M. R. **Estatística**. 3. ed. São Paulo: Pearson, 1994. (Coleção Schaum)

SPIEGEL, M. R. **Probabilidade e Estatística**. São Paulo: Pearson, 1977. (Coleção Schaum)

SILVA, E. M. **Estatística para os Cursos de Economia, Administração e Ciências Contábeis**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 1999.

Gabarito

Questão 1

b) A moda é o valor que ocorre com mais frequência em um conjunto de dados.

Justificativa: A moda é definida como o valor que ocorre com maior frequência em um conjunto de dados. É uma medida de tendência central que destaca o valor mais comum em um conjunto de observações. As alternativas A, C, D e E estão incorretas, pois não descrevem corretamente a moda. A moda não é a média aritmética, uma medida de dispersão, a diferença entre valores extremos ou uma média ponderada.

Questão 2

b) A média aritmética é a medida de tendência central que representa o valor central de um conjunto de dados.

Justificativa: A média aritmética é a medida de tendência central que calcula o valor central de um conjunto de dados, somando todos os valores e dividindo pelo número de observações. Ela é usada para resumir um conjunto de dados e representar um valor típico. As alternativas A, C, D e E estão incorretas, pois não descrevem corretamente a média aritmética. Ela não é o valor mais frequente, a diferença entre valores extremos, uma medida de dispersão ou a mediana dos valores.